モンテカルロフィルタの応用について — 非定常不規則振動データの解析 —

九州工業大学　工学部　電気工学科　生駒哲一

要旨

モンテカルロフィルタ [3] の応用例として，非定常不規則振動データの解析について報告する．筆者の提案している時変ピーク周波数 [1] は，時変 AR 係数から成る特性方程式の共役複素根に対して，時間的滑らかさを仮定したモデルであり，デルタ翼の非定常風洞試験データ [5] の解析を念頭に考えられたものである．本稿ではさらに，時変の実根を含むようにこのモデルを拡張する．これら時変の根を推定するには，非線形非ガウス型フィルタリングが必要となる．その方法としてはモンテカルロフィルタ [3] を用いる．これまで時変ピーク周波数モデルの応用としては，時変ピーク数が 2 までで，時間不変スペクトルを併せて仮定した報告がある [1]．本稿では，ピーク数が 2 より多い場合について報告する．まず始めにシミュレーションにより時変ピーク周波数モデルのパフォーマンスを確認し，続いてデルタ翼の非定常風洞試験データの解析結果を報告する．

1　時変ピーク周波数モデル

観測系列を $y_1, y_2, \cdots, y_N$ とするとき，次のような時変 AR 係数 $a_j^{(t)}$ を持つモデルを考える

$$y_t = \sum_{j=1}^{p} a_j^{(t)} y_{t-j} + \varepsilon_t \ . \tag{1}$$

ここで観測ノイズ ε_t は，平均 0 分散 σ^2 の正規分布に独立に従うものとする．本稿ではこのモデルを非定常 AR モデルと呼ぶことにする．

非定常 AR モデルのパワースペクトル（瞬間スペクトル）を次のように定義する

$$p(\omega, t) = \frac{\sigma^2}{\left|1 - \sum_{j=1}^{p} a_j^{(t)} e^{-ij\omega}\right|^2} \ . \tag{2}$$

ここで，$\omega \in [0, \pi]$ は 角周波数をあらわす．時変 AR 係数と分散をデータから推定することで，非定常 AR モデルのパワースペクトルの推定値が得られる．

時変 AR 係数の推定のためには，係数の隣接する時刻に関して滑らかさを導入する必要がある．時変係数 AR モデル [4] では，隣接する時刻の AR 係数に直接的に滑らかさを仮定している

$$\Delta^d a_j^{(t)} \sim N(0, \tau^2) \ . \tag{3}$$

ここで Δ^d は次のように定義される差分オペレータ

$$\begin{aligned} &\Delta a_j^{(t)} \equiv a_j^{(t)} - a_j^{(t-1)} \ , \\ &\Delta^d a_j^{(t)} \equiv \Delta(\Delta^{d-1} a_j^{(t)}), \qquad d > 1 \ . \end{aligned}$$

であり，実際のデータ解析上では $d = 1, 2$ とする．

これに対し著者の提案している時変ピーク周波数モデル [1] では，以下に示すように，特性方程式の根に対して滑らかさを仮定している．

式 (1) の特性方程式は

$$1 - \sum_{j=1}^{p} a_j^{(t)} z^j = 0 \tag{4}$$

と書ける．この方程式が，m 個の複素根 $r_k^{(t)} e^{\pm i\theta_k^{(t)}}, (k = 1, 2, \cdots, m)$ と $n (= p - 2m)$ 個の実根 $c_k^{(t)}, (k = 1, 2, \cdots, n)$ を持つものとする．すなわち，特性方程式 (4) は，

$$\begin{aligned} &\prod_{k=1}^{m} \left(1 - r_k^{(t)} e^{i\theta_k^{(t)}} z\right) \left(1 - r_k^{(t)} e^{-i\theta_k^{(t)}} z\right) \\ &\quad \times \prod_{j=1}^{n} (1 - c_j^{(t)} z) = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

と書くことができる．2 次の AR モデル (AR(2) と表記する) の場合には，複素共役な特性根の $\theta_k^{(t)}$ がパワースペクトルのピーク周波数に一致する．また $r_k^{(t)}$ の値によりそのピークの強度が変化する．よって，AR(2) が直列に接続されたシステムの，各々の AR(2) のピーク周波数と強度が，上記の共役複素根によって表される．

これらの特性根に対して，時間変化の滑らかさを次のように導入する

$$\begin{aligned} \Delta\theta_k^{(t)} &\sim N(0, \tau_\theta^2) \ , \\ \Delta r_k^{(t)} &\sim N(0, \tau_r^2) \ , \\ \Delta c_j^{(t)} &\sim N(0, \tau_c^2) \ . \end{aligned} \tag{6}$$

これらの滑らかさの仮定は，以下のような意味で違いがある．まず時変係数 AR モデルの場合は次のようになる．パワースペクトルの式 (2) の分母を $|A(\omega, t)|^2$ と表すとき，

$$\int_0^{\pi} \left|\Delta^d A(\omega, t)\right|^2 d\omega = \sum_{j=1}^{p} \left|\Delta^d a_j(t)\right|^2 \tag{7}$$

という関係が成り立つ．AR 係数に対する滑らかさの式 (3) は，上式 (7) の右辺が小さいということを意味するので，すなわち，左辺の積分が小さいという制約を設けていることになる．これは，各周波数ごとのパワーの変化がそれぞれ独立であることを意味する．

一方時変ピーク周波数モデルでは，ピーク強度とピーク周波数とに対して直接的に滑らかさを仮定している．またこれらをを直接推定できる．時変係数 AR モデルではピークの滑らかな変化を意味してはおらず，またピーク周波数の変化とピーク強度の変化との区別が明確でなく，そしてピーク周波数の直接的な推定もできない．

2 シミュレーション

シミュレーションにて生成したデータに対してモンテカルロフィルタを使った時変ピーク周波数モデルをあてはめ，そのパフォーマンスを確認する．ピーク数が１から４のデータ (データ１～データ４) を，それぞれデータ数３００で生成した．ここで観測ノイズの分散 σ^2 および特性根の大きさ r_k は，時間的に一定とした．これらのデータに，時変ピーク周波数モデルをあてはめた．推定時には，観測ノイズの分散 σ^2 は既知であるとし，実数根はないものとした (すなわち $n = 0$)．また比較のために，時変係数 AR モデルのあてはめも行った．

各データにおいて，１から５までのピーク数の時変ピーク周波数モデルをあてはめ，得られた AIC の値を表 2に示す．表中の下線が，各データにおける AIC 最小の欄を示す．各データとも，真の次数と同じモデルが選択されている．また時変係数 AR モデルの AIC と次数も表中の TVCAR および次数の欄に示す．なお推定初期値の影響を取り除くため，AIC の値の算出にはデータの最初の１１個めまでの値は除外してある．AIC を比較すると，時変ピーク周波数モデルの方が時変係数 AR モデルよりも良い値となっているのがわかる．

時変ピーク周波数モデルによるフィルタリングの推定結果（メジアン）を，ピーク数３と４の場合について図1および図 2 に示す．各図において，破線はデータ生成における真のピークを表し，折れ線（実線）が推定結果を表している．

表 1: シミュレーションデータの AIC

ピーク数	データ			
m	データ 1	データ 2	データ 3	データ 4
1	<u>819.03</u>	913.55	892.24	1123.74
2	848.07	<u>823.95</u>	858.11	943.23
3	857.88	845.01	<u>843.26</u>	888.19
4	861.32	849.15	849.78	<u>855.07</u>
5	867.22	849.19	854.47	874.52
TVCAR	835.55	831.80	854.02	940.60
次数	2	4	6	5

3 デルタ翼非定常風洞試験データの解析

デルタ翼の非定常風洞試験データ [5] の解析結果を報告する．このデータは，超音速航空機のフラッタ解析の目的で測定されたものである．観測はデルタ翼上のひずみゲージにより行ない，風洞の動圧を上昇させながら行なったもので，測定条件が非定常なものとなっている．動圧の上昇に伴い，翼の振動特性が変わり，それによって固有振動数が変化する．フラッタの発生は，翼の付け根を端とするいくつかの振動モードや翼のねじれの振動モードなどの周波数が共振することが，その原因であると考えられている．文献 [5] では局所定常 AR モデルによる解析がなされ，安定でなくなる動圧の推定を行っている．本稿ではこのデータの解析を目的として時変ピーク周波数モデルのあてはめを行い，時間変化するピーク周波数を得た．

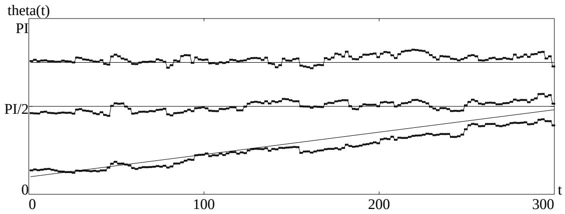

図 1: データ３の推定結果

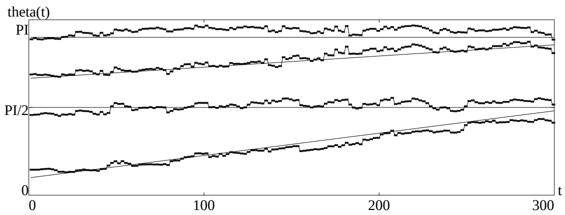

図 2: データ４の推定結果

参考文献

[1] Ikoma, N. (1996). Estimation of Time Varying Peak of Power Spectrum based on Non-Gaussian Nonlinear State Space Modeling, *Signal Processing* **49**, 85-95.

[2] Kitagawa, G. (1987). Non-Gaussian State-Space Modeling of Nonstationary Time Series(with discussion), *Journal of the American Statistical Association*, **82**,No.400, 1032-1063.

[3] Kitagawa, G. (1996). Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space models, *Journal of Computational Graphical Statistics* **5**,No.1,1-25.

[4] Kitagawa, G. and Gersch, W. (1985). A Smoothness Priors Time-Varying AR Coefficient Modeling of Nonstationary Covariance Time Series, *IEEE Trans.* **AC-30**, No.1, 48-56.

[5] 峰岸, 安藤 他 (1992). 超音速デルタ翼の振動特性と安定限界の推定, 第２報, 非定常な不規則応答の局所定常時系列解析航空宇宙技術研究所報告 TR-1179.