構造時変モデルによる非定常時系列解析

九州工業大学工学部　生駒 哲一

1　はじめに

非線形非ガウス型の状態空間モデルとそのフィルタリング手法は，近年のコンピュータの計算能力の発展に伴い，実用的になってきている [2]．この手法により，非定常ベイズモデルに非ガウス分布や非線形要素を採り入れることができるようになった [5]．そして最近では，システムノイズや観測ノイズのパラメータを時変にすることが可能となってきている [3]．また別の研究 [7] では，モンテカルロフィルタは，遺伝的アルゴリズム [1] と類似したフィルタリング手続きを持っており，遺伝的アルゴリズムへのモンテカルロフィルタの視点からのアプローチや，その逆のアプローチも考えられるようになってきている．

本研究では，モデルの次数のような，モデルの構造を表すパラメータを状態に採り入れ，モンテカルロフィルタにより状態推定を行うことで，モデルの構造が時間的に変化する場合にも適応的にモデル選択を行う方法を提案する．ここでモデルの次数は離散的値を取るので，その状態推定をモンテカルロフィルタにて行うことは，本質的には，遺伝的アルゴリズムにおける組合せ最適化と同様な処理を行っていることになる．

具体的には，構造的な変化を伴う非定常不規則振動データの解析を想定する．このようなデータとして考えられるのは，背景ノイズの上に到着時刻の異なるＰ波とＳ波が重なる地震動や，機械的システムの不規則振動が破壊により変化する場合などが考えられる．このようなデータの解析に，AR 係数が時変であり，かつ AR 次数も時変であるようなモデルを使うことを提案する．地震動についての既存の研究 [6] では，背景ノイズと地震動とを個別に AR モデルで表現し，これらの信号の加法モデルによりデータ解析を行った報告があるが，本研究では加法モデルではなく乗法モデルを用いていることになる．加法モデルでは個別の AR モデルの分散を変化させることでモデル構造の変化を表現していたが，乗法モデルの場合には AR 次数が変化することになる．

このような方法としては，[8]，[9] において時変 PARCOR を予め推定しておいて，それを用いて時変次数のみを推定する方法が試されている．これに対し本研究では，時変 PARCOR と時変次数とを同時に推定することを試みる．以下本文では，最初に時変 PARCOR に基づく時変係数 AR モデルにおいて，AR 次数を時変としたモデルを提案する．次に数値シミュレーションによるモデルの有効性の検証結果について報告する．

2　時変 PARCOR 時変次数モデル

観測系列を $y_1, y_2, \cdots, y_N$ とするとき，以下のような時変 AR 係数 $a_j^p(t)$ をもつモデルを考える．

$$y(t) = \sum_{j=1}^{p(t)} a_j^{p(t)}(t) y(t-j) + \varepsilon_p(t) \qquad \varepsilon_p(t) \sim N(0, \sigma_p^2(t)) \tag{1}$$

ここで $p(t)$ は時変な次数であり，$\{0, 1, 2, \cdots, P\}$ の値をとるものとする．また観測ノイズの分散 $\sigma_p^2(t)$ も時変であるとする．

時変係数 AR モデル [4] は，上記モデルの次数および分散が時間的に不変である場合に相当し，時変係数に対して時間的滑らかさを課している．

本研究では，時変 PARCOR に対して，次のような時間的滑らかさを課す．

$$\Delta a_k^k(t) \sim N(0, \tau^2), \qquad k = 1, \cdots, P \tag{2}$$

ここで Δ は時間 t に関する差分オペレータで，$\Delta a_k^k(t) = a_k^k(t) - a_k^k(t-1)$ である．

時変 AR 係数は，時変 PARCOR から次のように計算される．

$$a_j^k(t) = a_j^{k-1}(t) - a_k^k(t) a_{k-j}^{k-1}(t), \qquad j = 1, \cdots, k-1 \tag{3}$$

また時変分散についても，次のような時間的滑らかさを課す．

$$\Delta \sigma_k^2(t) \sim N(0, \mu^2), \qquad k = 1, \cdots, P \tag{4}$$

そして，時変次数に対する時間的滑らかさとして，次のような確率的遷移を仮定する．

$$q(p(t)|p(t-1)) \tag{5}$$

ここで確率分布 $q(\cdot)$ は $P \times P$ の遷移確率行列で表され，対角要素，すなわち次数が変化しない確率が θ, それ以外の要素が $(1-\theta)/(P-1)$ であるとする．

3　数値シミュレーション

結果とその考察については，口頭発表にて報告する．

謝辞

本研究は，文部省科学研究費補助金奨励研究（Ａ）の補助を受けています．

参考文献

[1] D.E.Goldberg: Genetic algorithm in search, optimization and machine learning, Addison-Wesley MA (1989).

[2] G.Kitagawa: Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space model, Journal of Computational and Graphical Statistics, 5, pp.1-25 (1996).

[3] G.Kitagawa: A self-organizing stat-space model, Journal of the American Statistical Assoc., Vol.93, No.443, pp.1203-1215(1998).

[4] G.Kitagawa and W.Gersch: A smoothness priors time-varying AR coefficient modeling of nonstationary covariance time series, IEEE Trans. AC-30, No.1, pp.48-56(1985).

[5] G.Kitagawa and W.Gersch: Smoothness priors analysis of time series, Springer-Verlag, New York (1996).

[6] G.Kitagawa and T.Takanami: Extraction of signal by a time series model and screening out micro eartheuakes, Signal Processing, Vol.8, pp.303-314(1985).

[7] 樋口知之: 遺伝的アルゴリズムとモンテカルロフィルタ, 統計数理, 第 44 巻, 第１号, pp.19-30(1996).

[8] 生駒哲一: 時変 PARCOR を用いた時変次数ベイズモデル, 統計数理研究所共同リポート 103,「時系列解析の理論と応用」, pp.74-77(1997).

[9] 生駒哲一: 時変次数モデルと構造変化の推定, 統計数理研究所共同リポート 106,「理工学・医学における不規則変動現象のモデル化とその応用」, pp.81-88(1998).