パワースペクトルのピーク周波数に着目した地震動の時系列解析

生駒 哲一（広島市立大学）

１．はじめに

パワースペクトルのピーク周波数が時間的に変化するモデル（TVPP モデル）を，地震動のデータに適用した結果について報告する. モデルはＡＲ特性根の指数部が時間的になめらかに変化する制約をシステム方程式として持ち, 観測方程式はシステムの状態パラメータに対して非線形に定式化されている. また, データへのフィッティングを良くするために, 定常ＡＲモデルとの乗法モデルを構成している．モデルの時間不変パラメータが与えられた下での状態推定には, 非線形非ガウス状態空間モデリング [2] を用いる. モデルの時間不変パラメータの推定には, 尤度を規準とした数値的最適化を用いる. 地震動データへの適用では, 時変ピーク周波数モデルおよび時変係数ＡＲモデル（TVAR モデル）[1] を用い，その結果を比較した.

２．時変ピーク周波数モデル（TVPP モデル）

時刻 t における時変ピークの周波数のベクトルを $\mathbf{\Theta}_t = [\theta_1(t), \theta_2(t), \ldots, \theta_m(t)]^T$，各ピークの強度に関するパラメータは時間的に不変であり，$\mathbf{R} = [r_1, r_2, \ldots, r_m]^T$ と表すことにする．時変ピーク周波数を推定するためのモデルを, 次のように定義する.

$$
\begin{array}{rcl}
\mathbf{\Theta}_t & = & \mathbf{\Theta}_{t-1} + \mathbf{w}_t, \\
v_t & = & \sum_{j=1}^{2m} a_j(\mathbf{\Theta}_t, \mathbf{R}) v_{t-j} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \\
y_t & = & \sum_{j=1}^{h} c_j y_{t-j} + v_t
\end{array}
\tag{1}
$$

ここで, システムノイズ $\mathbf{w}_t = [w_1(t), w_2(t), \ldots, w_m(t)]^T$ は平均 0, 分散共分散行列 Q の正規分布に従い, $Q = diag\left(\tau_1^2, \tau_2^2, \ldots, \tau_m^2\right)$ であるとする．係数 $a_j(\mathbf{\Theta}_t, \mathbf{R})$ は, 次の方程式を解いて求められる.

$$
1 - \sum_{j=1}^{2m} a_j(\mathbf{\Theta}_t, \mathbf{R}) B^j = \prod_{k=1}^{m} (1 - r_k e^{i\theta_k(t)} B)(1 - r_k e^{-i\theta_k(t)} B). \tag{2}
$$

$\sigma^2, \tau_1^2, \tau_2^2, \ldots, \tau_m^2,\ r_1, r_2, \ldots, r_n,\ c_1, c_2, \ldots, c_n$ の, モデルに含まれる時間不変パラメータは, 尤度を最大化するよう, 数値的最適化により求める．数値的最適化の方法としては準ニュートン法を用い，ヘッセ行列の更新には BFGS 公式を用いた.

モデルの状態推定には, 非線形非ガウス型状態空間モデリング [2] を用いた. この方法は, フィルタリングと１期先予測を交互に適用する前向き処理, および後向きに行なうスムージングの，二つの処理に大きく分けられる. 前述の数値最適化における尤度の値は，前向き処理において求められる. 最適な時間不変パラメータの値が求まった後に, スムージングの処理を行ない, 状態の推定値を得る.

３．地震動データの解析

解析対象となるデータを図 3に示す．北海道で観測された地震動の東西成分を, サンプリングタイム約 0.02 秒で計測したものである. 初期微動,P 波の到着,S 波の到着およびその減衰をデータは含んでおり，その長さは 2500 である. データは時間的に変化する分散を持つので, 時変ピーク周波数モデルおよび時変係数ＡＲモデルを適用する前に, 分散の標準化を行なう必要がある [1]. 分散標準化後のデータを図 6に示す．時変ピーク周波数モデルおよび時変係数ＡＲモデルを適用して得られたＡＩＣの値を表 1に示す．ＡＩＣ的には, 時変係数ＡＲモデルの方が良いと判断された. 時変ピーク周波数モデルにより推定されたピーク周波数および時間的に不変なパワースペクトル成分を, 図 5 および 1に示す．時変係数ＡＲモデルにより推定された時変パワースペクトルを図 2に示す。またそのピーク周波数を数値的に求めたものを, 図 6に示す。

時変ピーク周波数モデルによる推定結果を見ると, 初期微動，P 波，S 波, でのピーク周波数が異なることが分かる. またＳ波の減衰と共に, ピーク周波数が初期微動の時のものへゆっくりと戻ってゆく様子が分かる.

References

[1] G.Kitagawa and W.Gersch: A Smoothness Priors Time-Varying AR Coefficient Modeling of Nonstationary Covariance Time Series, *IEEE Trans* AC-30, **1**, 48-56(1985).

[2] G.Kitagawa: Non-Gaussian State-Space Modeling of Nonstationary Time Series (with discussion), *Journal of the American Statistical Association* **82**,No.400,1032-1063(1987).

Table 1: 地震動データに対する AIC の値

	TVPP モデル		TVAR モデル	
n or p	$(m=1)$	$(m=2)$	$(k=1)$	$(k=2)$
0	5532.13	4920.54	.	
1	5389.31	4896.59	6231.14	6249.99
2	5216.65	4893.50	5275.58	5382.85
3	4877.33	4737.70	4845.18	4890.47
4	4872.92	4729.95	4598.60	4608.77
5	4811.62	4731.02	4628.58	4634.89
6	5034.67	4671.28	4621.63	4616.72
7	4766.36	4636.29	4626.05	4618.25
8	4724.06	4614.22	4601.88	4604.13
9	4724.26	4612.76	4600.42	4618.90
10	4724.99	4629.40	4605.10	4644.37

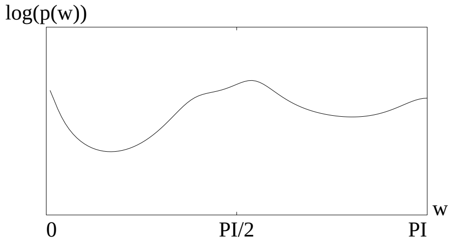

Figure 1: TVPP モデルにより推定された時間不変パワースペクトル

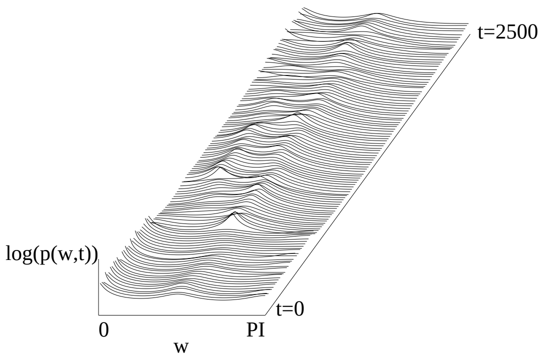

Figure 2: TVAR モデルにより推定された時変パワースペクトル

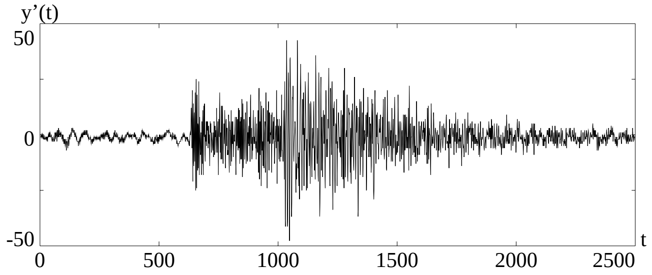

Figure 3: 地震動データ

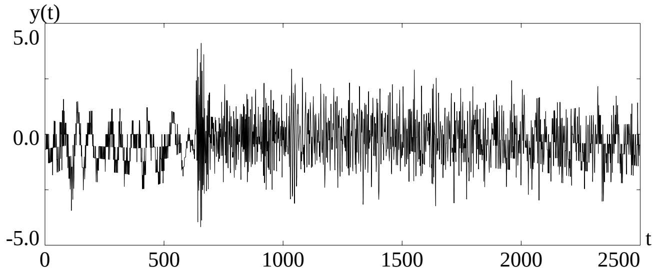

Figure 4: 分散標準化した地震動データ

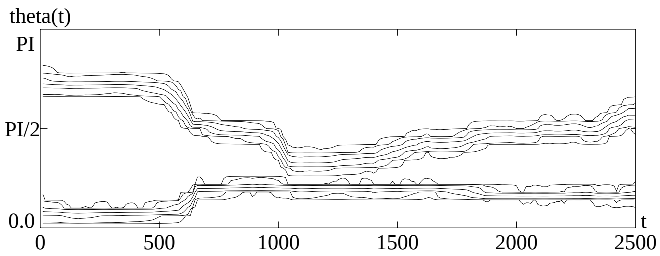

Figure 5: TVPP モデルにより推定された時変ピーク周波数（50%,68%,95%,99%）

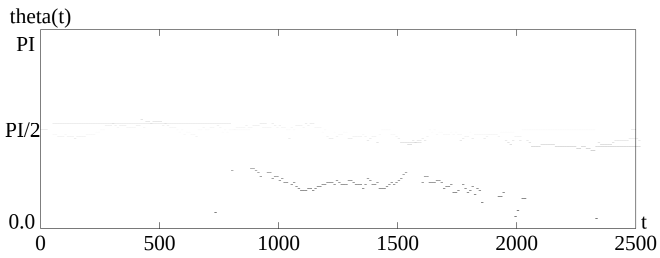

Figure 6: TVAR モデルにより推定された時変ピーク周波数